姜堰中学 2020-2021 第二学期期末学情调测

高二年级数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本卷共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $M=\{-2,1,2,3\}$，$N=\{-2,2\}$，下列结论成立的是

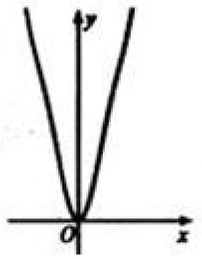
A. $M\subseteq N$　　B. $M\cap N=\varnothing$　　C. $M\cup N=M$　　D. $\complement_M N=\{1\}$

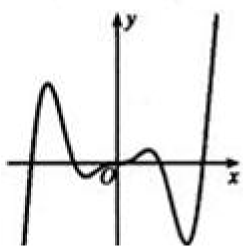
2. 已知 a，b 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，且 $a\subset\beta$，$\alpha\bigcap\beta=b$，则“$a//\alpha$”是“$a//b$”的

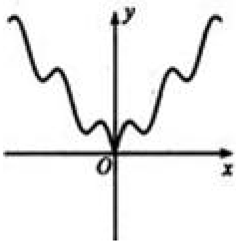
A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

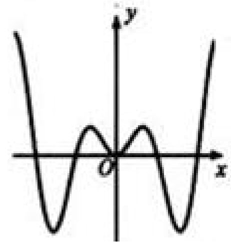
C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x)=x^2+xsinx$ 的图象大致为

A. 

B. 

C. 

D. 

4. 公元前 5 世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在阿基里斯前面 1000 米处开始，和阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的 10 倍·当比赛开始后，若阿基里斯跑了 1000 米，此时乌龟便领先他 100 米；当阿基里斯跑完下一个 100 米时，乌龟仍然前于他 10 米·当阿基里斯跑完下一个 10 米

时，乌龟仍然前于他 1 米$\cdots\cdots$，所以，阿基里斯永远追不上乌龟·根据这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为10^{-2}米时，乌龟爬行的总距离为

A. $\dfrac{10^4-1}{90}$　　B. $\dfrac{10^5-1}{900}$　　C. $\dfrac{10^5-9}{90}$　　D. $\dfrac{10^4-9}{900}$

5. 已知 M，N 分别是曲线 $C_1: x^2+y^2-4x-4y+7=0, C_2: x^2+y^2-2x=0$ 上的两个动点，P 为直线 $x+y+1=0$ 上的一个动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

6. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1,0), F_2(1,0)$，过 F_2 的直线与 C 交于 A，B 两点·若 $|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则 C 的方程为

A. $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$　　B. $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$

7. 已知函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin\omega x\cos\omega x+\sqrt{2}\cos^2\omega x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\omega>0)$，若函数 $f(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递减，则实数 ω 的取值范围是

A. $[\dfrac{1}{4},\dfrac{5}{8}]$　　B. $[\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{4}]$　　C. $(0,\dfrac{1}{2}]$　　D. $(0,\dfrac{1}{4}]$

8. 过抛物线 C：$x^2=4y$ 的准线上任意一点 P 作抛物线的切线 PA，PB，切点分别为 A，B，则 A 点到准线的距离与 B 点到准线的距离之和的最小值是

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 给出以下四个说法，其中正确的说法是

A. 残差点分布的带状区域的宽度越窄相关指数越小；

B. 在刻画回归模型的拟合效果时，相关指数 R^2 的值越大，说明拟合的效果越好；

C. 在回归直线方程 $\widehat{y}=0.2x+12$ 中，当解释变量 x 每增加一个单位时，预报变量 $\widehat{y}$ 平均增加 0.2 个单位；

D. 对分类变量 X 与 Y，若它们的随机变量 K^2 的观测值 k 越小，则判断“X 与 Y 有关系”的把握程度越大．

10. 已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $z(2-i)=i^{2020}$，则下列说法错误的是

A. 复数 z 的模为$\dfrac{1}{5}$

B. 复数 z 的共轭复数为$-\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{5}i$

C. 复数 z 的虚部为$\dfrac{1}{5}i$

D. 复数 z 在复平面内对应的点在第一象限

11. 已知 x，y 是正数，且 $2x+y=1$，下列叙述正确的是

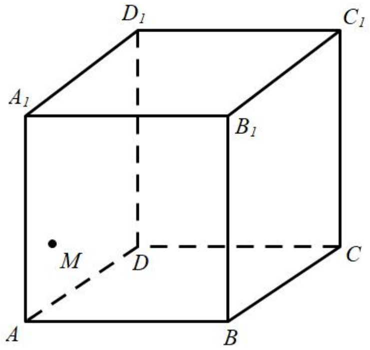
A. xy 最大值为 $\frac{1}{8}$

B. $4x^2+y^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$

C. $x(x+y)$ 最大值为 $\frac{1}{4}$

D. $\frac{x+2y}{2xy}$ 最小值为 4

12. 如图，点 M 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中的侧面 ADD_1A_1 上的一个动点，则下列结论正确的是



A. 点 M 存在无数个位置满足 $CM\perp AD_1$

B. 若正方体的棱长为 1，三棱锥 $B-C_1MD$ 的体积最大值为 $\frac{1}{3}$

C. 在线段 AD_1 上存在点 M，使异面直线 B_1M 与 CD 所成的角是 $30°$

D. 点 M 存在无数个位置满足 $BM//$ 平面 B_1D_1C

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知抛物线 G：$x^2=4y$，过点 $P\left(2\sqrt{3},2\right)$ 向抛物线 G 作两条切线，切点分别为 A，B，则 $|AF|\cdot|BF|=$___▲___.

14. 口袋中有 9 个白球其中 6 个正品 3 个次品，6 个黑球其中 4 个正品 2 个次品·现从口袋中随机取出一球，记事件 $A=$“取出一球为白球”，事件 $B=$“取出一球为正品”，下列说法正确的有___▲___.

①$P(\mathrm{AB})=\frac{2}{3}$；②$P(B|A)=\frac{2}{5}$；③$P(A|B)=\frac{3}{5}$；④事件 A 与事件 B 相互独立.

15. 已知向量 $|\overrightarrow{a}|=|\overrightarrow{b}|=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=2$，$\overrightarrow{c}=\lambda\overrightarrow{a}+\mu\overrightarrow{b}(\lambda,\mu\in R)$，且 $|\overrightarrow{c}-\frac{\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}}{2}|=|\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|$，则 $\lambda+2\mu$ 的最大值为___▲___.

16. 记 $(2x+\frac{1}{x})(4x-1)^9=\frac{b}{x}+a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots\ldots+a_{10}x^{10}$，则 $b=$___▲___，$a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+\ldots\ldots+\frac{a_{10}}{2^{10}}=$___▲___.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分）随着节能减排意识深入人心以及共享单车的大范围推广，越来越多的市民在出行时喜欢选择共享单车，为了研究广大市民在共享单车上的使用情况，某公司在我市随机抽取了 100 民用户进行调查，得到如下数据：

每周使用次数	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次及以上
男	4	3	3	7	8	30
女	6	5	4	4	6	20
合计	10	8	7	11	14	50

(1) 如果认为每周使用超过 3 次的用户为“喜欢骑行共享单车”，请设计 2×2 列联表，并判断是否有95% 的把握认为“是否喜欢骑行共享单车与性别有关”？

(2) 每周骑行共享单车 6 次及 6 次以上的用户称为“骑行达人”，将频率看作概率，在我市所有“骑行达人”中，随机抽取 4 名用户，对抽出的女性“骑行达人”每人奖励 500 元，记奖励金额为 X，求 X 的分布列及均值.

附：下面的临界值表仅供参考.

$P(\chi^2 \geqslant x_0)$	0.050	0.010	0.001
x_0	3.841	6.635	10.828

(参考公式：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$)

▲ ▲ ▲ ▲

18. (本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=\sin x+\cos x$， $g(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

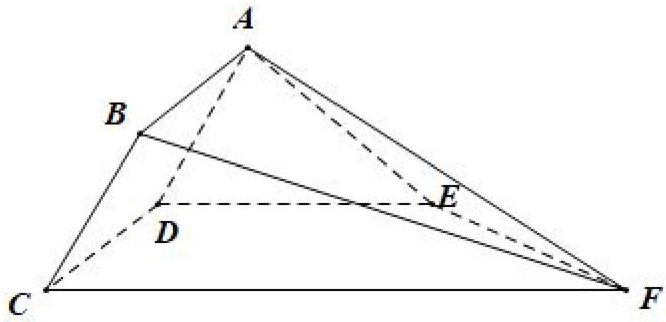
(1) 若 $y=f^2(x)-1+af(x)g(x)$ 的图象关于直线 $x=-\dfrac{\pi}{8}$ 对称，求实数 a 的值；

(2) 在 ΔABC 中，已知 $\dfrac{c}{f(C)-g(C)}=a\cos B+b\cos A$， $c=\sqrt{17}$， ΔABC 的面积为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求 ΔABC 的周长.

▲ ▲ ▲ ▲

19. (本小题满分 12 分）

如图，多面体$ABCDEF$中，四边形$ABCD$为矩形，二面角$A-CD-F$为60°，$DE//CF$，$CD\perp DE$，$AD=2$，$DE=DC=3$，$CF=6$.



(1) 求证：$BF//$平面ADE；

(2) 求直线AC与平面$CDEF$所成角的正弦值.

▲　　▲　　▲　　▲

20. (本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$S_n=2a_n-1$，$n\in N^*$. 数列$\{b_n\}$满足$nb_{n+1}-(n+1)b_n=n(n+1)$，$n\in N^*$，且$b_1=1$.

(1) 求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 若$c_n=a_n\cdot\sqrt{b_n}$，数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n，对任意的$n\in N^*$，都有$T_n<nS_n-a$，求实数a的取值范围；

(3) 是否存在正整数m，n使b_1，a_m，$b_n(n>1)$成等差数列，若存在，求出所有满足条件的m，n，若不存在，请说明理由.

▲　　▲　　▲　　▲

21. (本小题满分 12 分）

已知双曲线方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$F_1$，$F_2$为双曲线的左、右焦点，离心率为 2，点 P 为双曲线在第一象限上的一点，且满足$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，$|PF_1||PF_2|=6$.

(1) 求双曲线的标准方程；

(2) 过点F_2作直线 l 交双曲线于 A,B 两点，则在 x 轴上是否存在定点$Q(m,0)$，使得$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$为定值，若存在，请求出 m 的值和该定值，若不存在，请说明理由.

▲ ▲ ▲ ▲

22. (本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\dfrac{\ln\ x+a}{x}$.

(1) 若函数$f(x)$的图象在$x=1$处的切线为$y=1$，求$f(x)$的极值；

(2) 若$f(x)\leqslant e^x+\dfrac{2}{x}-1$恒成立，求实数 a 的取值范围.

▲ ▲ ▲ ▲

姜堰中学2020-2021第二学期期末学情调测高二数学答案

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．

1-5：CAABD　6-8：BAD

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. BC10.ABC11.AB12.ABD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13.13　　14.③④　　15.$\frac{7}{2}$　　16.-1,5

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.解：(1) 由图中表格可得 2×2 列联表如下：

	不喜欢骑行共享单车	喜欢骑行共享单车	合计
男	10	45	55
女	15	30	45
合计	25	75	100

$$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100(10\times 30-45\times 15)^2}{55\times 45\times 25\times 75}=\frac{100}{33}\approx 3.03<3.841$$

所以没有95%的把握认为“是否喜欢骑行共享单车与性别有关”．

(2) 在我市所有“骑车达人”中，随机抽取 1 名用户，

该用户是男“骑车达人”的概率为$\frac{3}{5}$，是女“骑车达人”的概率为$\frac{2}{5}$，

随机变量 X 的可能取值为 0，500，1000，1500，2000，

$P(X=0)=\left(\frac{3}{5}\right)^4=\frac{81}{625}$，$P(X=500)=C_4^1\cdot\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{216}{625}$，

$P(X=1000)=C_4^2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{216}{625}$，$P(X=1500)=C_4^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\frac{3}{5}=\frac{96}{625}$，

$P(X=2000)=\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{16}{625}$，

所以 X 的分布列如下：

X	0	500	1000	1500	2000
P	$\frac{81}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$

$$E(X)=0\times\frac{81}{625}+500\times\frac{216}{625}+1000\times\frac{216}{625}+1500\times\frac{96}{625}+2000\times\frac{16}{625}=800.$$

所以奖励金额 X 的均值为 800 元．

18.解：(1) 因为

$g(x)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\times\sin x\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\times\cos x\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin x-\cos x$.

所以 $y=f^2(x)-1+af(x)g(x)$

$=(\sin x+\cos x)^2-1+a(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)$

$=1+2\sin x\cos x-1+a(\sin^2 x-\cos^2 x)$

$=\sin 2x-a\cos 2x=\sqrt{1+a^2}\sin(2x-\varphi)$，其中 $\tan\varphi=a$，

由题意得：$2\left(-\frac{\pi}{8}\right)-\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in Z$，

解得 $\varphi=\frac{\pi}{4}$，即 $a=1$.

(2) 因为 $\frac{c}{f(C)-g(C)}=a\cos B+b\cos A$，

所以 $\frac{c}{\sin C+\cos C-\sqrt{2}\sin(C-\frac{\pi}{4})}=a\cos B+b\cos A$，

即 $\frac{c}{2\cos C}=a\cos B+b\cos A$，

即 $\frac{\sin C}{2\cos C}=\sin A\cos B+\sin B\cos A$，

即 $\frac{\sin C}{2\cos C}=\sin(A+B)=\sin C$，

又 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos C=\frac{1}{2}$，所以 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

由余弦定理得，$17=a^2+b^2-ab$①，

又 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以 $ab=6$②，

由①②解得 $a+b=\sqrt{35}$，

则周长 $C=a+b+c=\sqrt{35}+\sqrt{17}$.

19. (1) 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

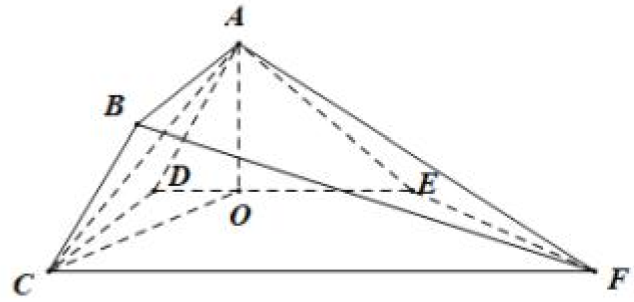
$\therefore BC // AD$.

又 $\because AD\subset$ 平面 ADE，$BC\not\subset$ 平面 ADE，

$\therefore BC //$ 平面 ADE，

$\because DE//CF$，$CF \not\subset$ 平面 ADE，$DE \subset$ 平面 ADE，

$\therefore CF//$ 平面 ADE.



又$\because BC \cap CF = C$，BC，

$CF \subset$ 平面 BCF，

$\therefore$ 平面 $BCF//$ 平面 ADE.

而 $BF \subset$ 平面 BCF，

$\therefore BF//$ 平面 ADE;

(2) 解：$\because CD \perp AD$，$CD \perp DE$，

$\therefore \angle ADE$ 即为二面角 $A-CD-F$ 的平面角，

$\therefore \angle ADE = 60^\circ$，

又$\because AD \cap DE = D$，$AD \subset$ 平面 ADE，$DE \subset$ 平面 ADE，

$\therefore CD \perp$ 平面 ADE，

又$\because CD \subset$ 平面 $CDEF$，

$\therefore$ 平面 $CDEF \perp$ 平面 ADE，作 $AO \perp DE$ 于 O，连接CO，

$\because$ 平面 $CDEF \perp$ 平面 ADE，平面 $CDEF \cap$ 平面 $ADE = DE$，

$AO \perp DE$，$AO \subset$ 平面 ADE，则 $AO \perp$ 平面 $CDEF$.

所以直线 AC 与平面 $CDEF$ 所成角为 $\angle ACO$，

由几何关系知 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{13}$，$AO = AD \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}$，

所以 $\sin \angle ACO = \dfrac{AO}{AC} = \dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

因此，直线 AC 与平面 $CDEF$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$.

20.解：(1) 当 $n=1$ 时，$S_1 = 2a_1 - 1 = a_1$，所以 $a_1 = 1$.

$S_n = 2a_n - 1$，当 $n \geqslant 2$ 时，$S_{n-1} = 2a_{n-1} - 1$，

两式相减得 $a_n = 2a_{n-1}$，

从而数列 $\{a_n\}$ 为首项 $a_1 = 1$，公比 $q = 2$ 的等比数列，

从而数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^{n-1}$.

由 $nb_{n+1}-(n+1)b_n=n(n+1)$ ，两边同除以 $n(n+1)$ ，

得 $\frac{b_{n+1}}{n+1}-\frac{b_n}{n}=1$ ，

从而数列 $\{\frac{b_n}{n}\}$ 为首项为 1，公差 $d=1$ 的等差数列，所以 $\frac{b_n}{n}=n$ ，

从而数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=n^2$.

(2) 由 (1) 得 $c_n=a_n\cdot\sqrt{b_n}=n{\cdot}2^{n-1}$ ，

于是 $T_n=1\times1+2\times2+3\times2^2+...+(n-1){\cdot}2^{n-2}+n{\cdot}2^{n-1}$ ，

所以 $2T_n=1\times2^1+2\times2^2+3\times2^3+...+(n-1){\cdot}2^{n-1}+n{\cdot}2^n$ ，

两式相减得

$-T_n=1+2^1+2^2+2^3+...+2^{n-1}-n{\cdot}2^n$

$=\frac{1-2^n}{1-2}-n\times2^n$ ，

所以 $T_n=(n-1)2^n+1$ ，

由 (1) 得 $S_n=2a_n-1=2^n-1$ ，

因为任意的 $n\in N^*$ ，都有 $T_n<nS_n-a$ ，

即 $(n-1){\cdot}2^n+1<n(2^n-1)-a$ 恒成立，

所以 $a<2^n-n-1$ 恒成立，

记 $k_n=2^n-n-1$ ，

所以 $a<(k_n)_{min}$ ，

因为 $k_{n+1}-k_n\ =[2^{n+1}-(n+1)-1]-(2^n-n-1)$

$=2^n-1>0$ ，

从而数列 $\{k_n\}$ 为递增数列，所以当 $n=1$ 时 k_n 取最小值 $k_1=0$ ，

于是 $a<0$.

(3) 假设存在正整数 *m*，$n(n>1)$ ，使 b_1 ，a_m ，b_n 成等差数列，则 $b_1+b_n=2a_m$ ，

即 $1+n^2=2^m$ ，

若 *n* 为偶数，则 $1+n^2$ 为奇数，而 2^m 为偶数，上式不成立.

若 *n* 为奇数，设 $n=2k-1(k\in N^*)$ ，则 $1+n^2=1+(2k-1)^2=4k^2-4k+2=2^m$ ，

于是 $2k^2-2k+1=2^{m-1}$ ，即 $2(k^2-k)+1=2^{m-1}$ ，

当 $m=1$ 时，$k=1$ ，此时 $n=2k-1=1$ 与 $n>1$ 矛盾；

当 $m\geqslant2$ 时，上式左边为奇数，右边为偶数，显然不成立.

综上所述，满足条件的实数对 (m,n) 不存在.

21.解：(1) 由已知 $e=\frac{c}{a}=2$ ，则 $c^2=4a^2=a^2+b^2$ ，所以 $b=\sqrt{3}a$ ，

由$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，得$PF_1\perp PF_2$，

在直角三角形F_1PF_2中，$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2=4c^2$，

又点P为双曲线在第一象限上的一点，

由双曲线的定义得：$|PF_1|-|PF_2|=2a$，

即$|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|=4a^2$，

又$|PF_1||PF_2|=6$，所以$4c^2-12=4a^2$，

又$c^2=a^2+b^2$，解得$a^2=1,b^2=3$，

故双曲线的标准方程为为$x^2-\frac{y^2}{3}=1$.

(2)在x轴上存在定点$Q(-1,0)$，$m=-1$，使得$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$为定值0.

当直线l的斜率为0时，$A(-1,0),B(1,0)$，

又$Q(m,0)$，则$\overrightarrow{QA}=(-1-m,0),\overrightarrow{QB}=(1-m,0)$，

所以$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=(-1-m)\times(1-m)=m^2-1$，

当直线l的斜率不为0时，设其方程为$x=ty+2$，

联立$\begin{cases}x=ty+2\\x^2-\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

化简得：$(3t^2-1)y^2+12ty+9=0$，

当$t^2\neq\frac{1}{3}$时，又$\Delta=36(t^2+1)>0$，

则$y_1+y_2=\frac{-12t}{3t^2-1},y_1y_2=\frac{9}{3t^2-1}$，

又$\overrightarrow{QA}=(x_1-m,y_1),\overrightarrow{QB}=(x_2-m,y_2)$，

则$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=(x_1-m)(x_2-m)+y_1y_2$

$=(ty_1+2-m)(ty_2+2-m)+y_1y_2$

$=(t^2+1)y_1y_2+t(2-m)(y_1+y_2)+(2-m)^2$

$=(t^2+1)\left(\frac{9}{3t^2-1}\right)+t(2-m)\left(\frac{-12t}{3t^2-1}\right)+(2-m)^2$

令$\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}=m^2-1$，

得$(t^2+1)\left(\frac{9}{3t^2-1}\right)+t(2-m)\left(\frac{-12t}{3t^2-1}\right)+(2-m)^2$

$=m^2-1$，

解得 $m=-1$，则 $Q(-1,0)$，

综上可得：在 x 轴上存在定点 $Q(-1,0)$，$m=-1$，使得 $\overrightarrow{QA}\cdot\overrightarrow{QB}$ 为定值 0.

22.解：(1)$f'(x)=\dfrac{1-a-\ln\ x}{x^2}$，$f'(1)=1-a=0$，$a=1$，

此时函数 $f(1)=a=1$，

函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线为 $y=1$，成立，

所以 $f'(x)=\dfrac{-\ln x}{x^2}$，此时 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(1)=1$，不存在极小值；

(2) 由 $f(x)\leqslant e^x+\dfrac{2}{x}-1$，

化简可得 $a\leqslant x(e^x-1)-\ln x+2(x>0)$，

令 $F(x)=x(e^x-1)-\ln\ x+2(x>0)$，

则 $F'(x)=(x+1)(e^x-\dfrac{1}{x}),x>0$，

令 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{x},x>0$，则 $h'(x)=e^x+\dfrac{1}{x^2}>0$，

所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

又 $h(\dfrac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$，$h(1)=e-1>0$，

存在唯一的 $x_0\in(\dfrac{1}{2},1)$，使得 $h(x_0)=e^{x_0}-\dfrac{1}{x_0}=0$，

故 $F(x)$ 在 $(0,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 上单调递增，

$F(x)_{\min}=x_0(e^{x_0}-1)-\ln\ x_0+2=x_0e^{x_0}-x_0-\ln\ x_0+2$，

由 $h(x_0)=e^{x_0}-\dfrac{1}{x_0}=0$，得 $x_0e^{x_0}=1$，$x_0+\ln\ x_0=0$，

$F(x)_{\min}=x_0e^{x_0}-x_0-\ln\ x_0+2=3$，所以 $a\leqslant 3$，

即实数 a 的取值范围是 $(-\infty,3]$.