**专题01 同构函数型**

[高考真题]

1.（2020·新课标卷Ⅱ文数·12）若，则（ ）

*A*． *B*． *C*． *D*．

【答案】*A*

【分析】将已知按照“左右形式形式相当，一边一个变量”的目的变形，然后逆用函数的单调性.

【解析】由移项变形为

设

易知是定义在R上的增函数，故由，可得，所以 从而，故选A．

2.（2020·新课标Ⅰ理数·12）若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【分析】∵

∴

设，利用作差法结合的单调性即可得到答案.

【解析】∵

∴，故

设，则为增函数，

所以，所以.

，

当时，，此时，有

当时，，此时，有，所以C、D错误.

故选B.

【点评】本题需构造函数，其基本策略是：“左右形式相当，一边一个变量，取左或取右，构造函数妥当”，我们称之为“同构函数”，然后再利用函数的单调性求值.

[强化训练]

1.（2012·全国联赛）如果，，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

2.（2012·辽宁竞赛）不等式的解集是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【解析】原不等式可化为：

构造函数，则，在上单增

所以，解之得

所以原不等式解集是.

3.（2020·南通五月模拟·14）已知，若关于的不等式在上恒成立，则的取值范围为 ．

【答案】

【分析】本题的实质是含参数（这里当然是sin、cos）的不等式恒成立问题，应抓住已知条件的对称结构，构造函数，利用函数的单调性布列不等式.

【解析】看到想“对称结构”，将它变形为：

，

设，

易知当时，，故在单减，

所以，解之得：

所以的取值范围．

4.（2019·南师附中期中·14）已知函数，，则*t*的取值范围是 ．

【答案】

【分析】这里 可以发现,将移项变形为，易知是奇函数，，故进一步变形为，此时,得到一个“左右形式相当，一边一个变量”的不等式，令，问题转化为，只需研究的单调性，逆用该函数的单调性即可.

【解析】∵

 ∴可变形为：

 

 ∵是奇函数

∴

∴

令，则

∴单增
∴，即，解之得

 所以*t*的取值范围是．

5.（2020·南通如皋创新班四月模拟·2）已知实数*a*，*b*(0，2)，且满足，则*a*＋*b*的值为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】2

【分析】将化为：，设，则在上递增，由，得*a*＋*b*的值.

【解析】由，化简为：，即，

设，则在上递增，因为a，b(0，2)，所以2-*b*(0，2)，

且，所以，即.

6.（2020·淮阴中学、姜堰中学12月考·14）)已知实数，满足，，则\_\_\_\_\_\_.

【分析】由已知条件考虑将两个等式转化为统一结构形式，令，得到，研究函数的单调性，求出关系，即可求解.

解法一：实数，满足，，

，，则，

，

所以在单调递增，而，

.

解析二：对两边取自然对数得：，

对两边取自然对数得： （※）

为使两式结构相同，将（※）进一步变形为：

设，则

所以在单调递增，的解只有一个.

∴， ∴

【点评】两种解法实质相同，其关键是对已知等式进行变形，使其“结构相同”，然后构造函数，利用函数的单调性，利用是同一方程求解.

**7**.设方程的根为，设方程的根为，则= .

【答案】4

8.已知*a*3－3*a*2＋5*a*＝1，*b*3－3*b*2＋5*b*＝5，那么*a*＋*b*的值是 .

【解析】由题意知*a*3－3*a*2＋5*a*－3＝－2，*b*3－3*b*2＋5*b*－3＝2，

设*f* (*x*)＝*x*3－3*x*2＋5*x*－3，则*f* (*a*)＝－2，*f* (*b*)＝2.

因为*f* (*x*)图象的对称中心为(1,0)，所以*a*＋*b*＝2.

点评：本题的难点在于发现函数的对称性，对于三次函数*f* (*x*)*y*＝*ax*3＋*bx*2＋*cx*＋*d*其对称中心为(*x*0，*f* (*x*0))，其中*f* ″(*x*0)＝0.

9.(宿迁·2018·期中)不等式的解集是 .

【分析】直接解显然是不对路的.观察不等式的特征，发现其含有两个因式，将不等式转化为“一边一个变量”的形式为：，构造函数，题目转化为求解的问题. 因为，易知恒成立，故为上的单调增函数，所以由立得：，解之得.

**【方法点拨】**

1. 一个式子中出现两个变量,适当变形后,两边结构相同(如例1);

2.两个式子也可适当变形,使其结构相同,然后构造函数,利用函数的单调性解题，或运用同一方程代入.